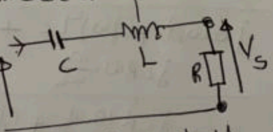
Corrigé de l'ex 3 série n°2

① Le récepteur radio doit capter des signaux de fréquence entre 90Hz et 240Hz. C-à-d les fréquences entre 90Hz et 240Hz vont être favorisées alors que les autres seront atténuées. Pour cela le récepteur doit réaliser un filtrage passe-bande. Sachant que, le récepteur peut être modélisé à l'aide d'une structure RLC série, alors pour obtenir un filtre passe bande il suffit de ~~bran~~ mettre la résistance à la sortie. Autrement dit, la tension de sortie doit être mesurée aux bornes de résistor.

Donc le modèle équivalent



(filtre passe bande à l'aide de RLC série)

• On peut justifier qu'il s'agit d'un filtre passe-bande !!
Donc on peut déterminer la nature de ce filtre en étudiant les limites BF et HF.

en BF ($C \equiv I=0$; $L \equiv V=0$) ; $V_S = 0$

en HF ($C \equiv V=0$; $L \equiv I=0$) ; $V_S = 0$

$\boxed{\text{Donc il s'agit bien d'un filtre passe-bande}}$

Ce filtre laisse passer une bande ou intervalle de fréquence compris entre une fréquence de coupure basse ($f_{cB} = 90KH$) et une fréquence de coupure haute ($f_{cH} = 240KH$). Par contre, le filtre capable d'atténuer les fréquences à l'extérieur de la bande passante $[f_{cB} | f_{cH}]$.

(2) $T(j\omega) = \frac{\underline{V_s}}{\underline{V_e}}$??

Filtre RLC série, avec sortie aux bornes de R.

En appliquant le diviseur de tension, on obtient:

$$\underline{V_s} = \frac{R}{R + jL\omega + \frac{1}{jC\omega}} \cdot \underline{V_e}$$

$$\Rightarrow T(j\omega) = \frac{\underline{V_s}}{\underline{V_e}} = \frac{R}{R + jL\omega + \frac{1}{jC\omega}}$$

Soit encore,

$$T(j\omega) = \frac{jC\omega R}{jC\omega R + (j\omega)^2 LC + 1}$$

on pose $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

$$T(j\omega) = \frac{jCR\omega \frac{\omega_0}{\omega_0}}{1 + jCR\frac{\omega}{\omega_0}\cdot\omega_0 + \left(j\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

$$\Rightarrow T(j\omega) = \frac{jR\sqrt{\frac{C}{L}}\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)}{1 + jR\sqrt{\frac{C}{L}}\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) + \left(j\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

$$T(j\omega) = \frac{j2m\frac{\omega}{\omega_0}}{1 + j2m\frac{\omega}{\omega_0} + \left(j\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

C'est la forme canonique du filtre passe ban avec $m = \frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}}$ et $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

c'est le coefficient d'amortissement du circuit

pulsation propre ou pulsation centrale du circuit

Rq = filtre passe bande du second ordre (ce qui est normal puisqu'il s'agit d'un filtre composé de deux éléments réactifs (L et C).

3) Une condition nécessaire serait la fréquence centrale ou propre du filtre passe bande doit être incluse dans l'intervalle de fréquence qu'on cherche à capter c.à.d $f_0 \in [f_{CB}, f_{CH}]$

or $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{\omega_0}{2\pi}$

donc f_0 d'une part et inférieur à f_{CH} et d'autre part supérieur à f_{CB}.

$$f_0 > f_{CB} \Rightarrow \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} > f_{CB} \Rightarrow C < \frac{1}{4\pi^2 L f_{CB}^2}$$

et

$$f_0 < f_{CH} \Rightarrow \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} < f_{CH} \Rightarrow C > \frac{1}{4\pi^2 L f_{CH}^2}$$

A.N $C < 2{,}6\,nF$ et $C > 36{,}6\,nF$

donc $2{,}6\,nF < C < 36{,}6\,nF$

Dans ce cas, on a L et R sont fixés alors pour capter une bande de fréquence allant de 80 kHz à 240 kHz, il faut varier C entre 2,6 et 36,6 nF ($1 nF = 10^{-9} F$).

(4) On a un filtre passe bande de fréquence centrale $f_0 = 100 MHz$ et $BP = 2 MHz = [f_{CB}; f_{CH}]$? ?

on peut définir le facteur de qualité : $Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} = \frac{\omega_0}{BP}$

$\omega_0 = 2\pi \cdot f_0 = 2\pi \times 100 \times 10^6$ rad/s.

$\Delta\omega = \omega_{CH} - \omega_{CB} = 2\pi (f_{CH} - f_{CB}) = 2\pi \underbrace{\Delta f}_{2 MHz} = 2\pi \times 2 \times 10^6$ rad

pulsation de coupure basse fréquence

pulsat° de coupure haute fréquence

d'où $Q = \frac{2\pi \cdot 100 \times 10^6}{2\pi \cdot 2 \times 10^6} = 50$

• on a $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow C = \frac{1}{(2\pi)^2 10^{16} \times 10^{-6}} = 2,53 \times 10^{-12} F$

$$C \simeq 2,5 pF \quad \left(\begin{array}{l} 1 pF = 10^{-12} F \\ 1 \mu H = 10^{-6} H \end{array} \right)$$

une autre définition de $Q = \frac{1}{2m} = \sqrt{\frac{L}{R^2 C}}$ (tjrs valable pour un circuit RLC série)

$$\Rightarrow R = \sqrt{\frac{L}{Q^2 C}} = \sqrt{\frac{10^{-6}}{(50)^2 \times 2,5 \times 10^{-12}}}$$

$$R = 12,64 \Omega$$

$$BP = f_{CH} - f_{CB} = 2\,MHz.$$

et

$$f_0 = \sqrt{f_{CH} \cdot f_{CB}} = 100\,MHz \Rightarrow \begin{cases} f_{CH} \cdot f_{CB} = 100^2 \\ f_{CH} = f_{CB} + 2 \end{cases}$$

En résolvant ce système
Comme une fréquence est posi
Les deux solution acceptables
Sont :

$$\underline{f_{CB} \simeq 99\,MHz} \text{ et } \underline{f_{CH} \simeq 101\,MHz}$$